

数列 $\{a_n\}$ を $a_n = \int_0^1 x^n e^x dx$ ($n=1, 2, 3, \dots$) で定める。ここで、 e は自然対数の底である。

- (1) a_{n+1} と a_n の関係式を求めよ。
- (2) 自然数 n に対して、 $a_n = b_n e + c_n$ となる整数 b_n, c_n があることを、数学的帰納法を用いて証明せよ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{c_n} = -\frac{1}{e}$ を示せ。

(新潟大)