

$a$  を正の実数とし、空間内の 2 つの円板

$$D_1 = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq 1, z = a\}$$

$$D_2 = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq 1, z = -a\}$$

を考える。 $D_1$  を  $y$  軸の回りに  $180^\circ$  回転して  $D_2$  に重ねる。ただし回転は  $z$  軸の正の部分を  $x$  軸の正の方向に傾ける向きとする。この回転の間に  $D_1$  が通る部分を  $E$  とする。 $E$  の体積を  $V(a)$  とし、 $E$  と  $\{(x, y, z) \mid x \geq 0\}$  との共通部分の体積を  $W(a)$  とする。

(1)  $W(a)$  を求めよ。

(2)  $\lim_{a \rightarrow \infty} V(a)$  を求めよ。

(東京大)