

$x > 0$ に対し $f(x) = \frac{\log x}{x}$ とする。

(1) $n = 1, 2, \dots$ に対し $f(x)$ の第 n 次導関数は, 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ を用いて

$$f^{(n)}(x) = \frac{a_n + b_n \log x}{x^{n+1}}$$

と表されることを示し, a_n, b_n に関する漸化式を求めよ。

(2) $h_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ とおく。 h_n を用いて a_n, b_n の一般項を求めよ。

(東京大)