

2つの箱 L と R, ボール 30 個, コイン投げで表と裏が等確率  $\frac{1}{2}$  で出るコイン 1 枚を用意する。 $x$  を 0 以上 30 以下の整数とする。L に  $x$  個, R に  $30 - x$  個のボールを入れ, 次の操作 (#) を繰り返す。

(#) 箱 L に入っているボールの個数を  $z$  とする。コインを投げ, 表が出れば箱 R から箱 L に, 裏が出れば箱 L から箱 R に,  $K(z)$  個のボールを移す。ただし,  $0 \leq z \leq 15$  のとき  $K(z) = z$ ,  $16 \leq z \leq 30$  のとき  $K(z) = 30 - z$  とする。

$m$  回の操作の後, 箱 L のボールの個数が 30 である確率を  $P_m(x)$  とする。

たとえば  $P_1(15) = P_2(15) = \frac{1}{2}$  となる。以下の問 (1), (2), (3) に答えよ。

- (1)  $m \geq 2$  のとき,  $x$  に対してうまく  $y$  を選び,  $P_m(x)$  を  $P_{m-1}(y)$  で表せ。
- (2)  $n$  を自然数とすると,  $P_{2n}(10)$  を求めよ。
- (3)  $n$  を自然数とすると,  $P_{4n}(6)$  を求めよ。

(東京大)