

n は正の整数とする。 x^{n+1} を $x^2 - x - 1$ で割った余りを

$$a_n x + b_n$$

とおく。

(1) 数列 $a_n, b_n, n = 1, 2, 3, \dots$, は

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n + b_n \\ b_{n+1} = a_n \end{cases}$$

を満たすことを示せ。

(2) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して, a_n, b_n は共に正の整数で, 互いに素であることを証明せよ。

(東京大)